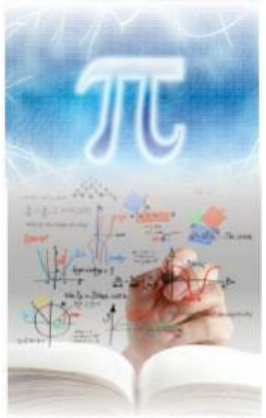
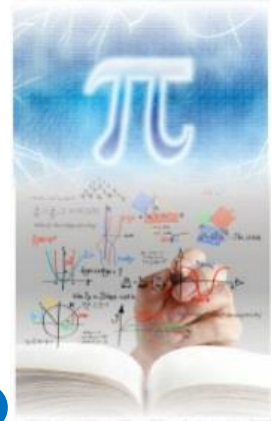
PITAGORAS
ACADEMIA

ÁLGEBRA

Profesor
Freddy Ávalos C





DESIGUALDADES

TEOREMAS – INECUACIONES – VALOR ABSOLUTO – INECUACIONES IRRACIONALES

DESIGUALDADES

DESIGUALDADES

1) $x < y \;\leftrightarrow\; x \pm z < y \pm z$

2) $a < x < b$, $z > 0$ $\;\leftrightarrow\; \begin{cases} a.z < x.z < b.z \\ \frac{a}{z} < \frac{x}{z} < \frac{b}{z} \end{cases}$

3) $a < x < b$, $z < 0$ $\;\leftrightarrow\; \begin{cases} a.z > x.z > b.z \\ \frac{a}{z} > \frac{x}{z} > \frac{b}{z} \end{cases}$

4) Sean a y b números del mismo signo.

Si $a < x < b$ entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{x} > \frac{1}{b}$

5)

$0 < a < x < b \;\rightarrow\; a^2 < x^2 < b^2$

$a < x < b < 0 \;\rightarrow\; a^2 > x^2 > b^2$

$a < x < b \;\wedge\; ab < 0 \;\rightarrow\; 0 \leq x^2 < \text{máx}\{a^2; b^2\}$

6) $MA \geq MG \geq MH$

7)

$Si\ \ x > 0\ entonces\ x + \frac{1}{x} \geq 2$

$Si\ \ x < 0\ entonces\ x + \frac{1}{x} \leq -2$

INECUACIÓN CUADRÁTICA

$ax^2 + bx + c \gtrless 0 \qquad a \neq 0$

Resolución:

1) Darle su forma general

2) Calcule su discriminante, lo cual genera tres casos

- $\Delta > 0$: Halle sus dos raíces, luego aplique el criterio de los puntos críticos e indique el CS.
- $\Delta = 0$: El polinomio es un TCP y por análisis se obtiene el CS.
- $\Delta < 0$: Aplique el teorema de trinomio positivo y por inspección se obtiene el CS ($\mathbb{R}$ o $\emptyset$).

DESIGUALDADES

Teorema del trinomio positivo

$$ax^2 + bx + c > 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow \{a > 0 \wedge \Delta < 0\}$$

Teorema del trinomio no negativo

$$ax^2 + bx + c \geq 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow \{a > 0 \wedge \Delta \leq 0\}$$

INECUACIÓN POLINOMIAL DE GRADO SUPERIOR

Su forma general es:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n \gtrless 0$$

Donde: $a_0 \neq 0 \quad \wedge \quad n \geq 3$

Teoremas:

1) Todo factor positivo se puede cancelar.

2) "Exponentes impares" de los factores se puede cancelar.

3) Factores de "exponentes par" se cancela previo el siguiente análisis:

- En inecuaciones no estrictas $(\geq, \leq)$, rescata soluciones de los factores cancelados igualándolos esta a cero.
- En inecuaciones estrictas $(>, <)$ indique restricciones para la incógnita de los factores cancelados, indicando que estas deben ser diferente a cero.

INECUACIÓN FRACCIONARIA

Su forma general es:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \lessgtr 0 \qquad Q(x) \neq 0$$

Teorema:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \gtrless 0 \quad \leftrightarrow \quad P(x).Q(x) \gtrless 0 \ \wedge \ Q(x) \neq 0$$

PITAGORAS ACADEMIA

DESIGUALDADES

VALOR ABSOLUTO

$$|x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

Teoremas:

1. $|x| \geq 0\ ;\ \forall x \in \mathbb{R}$
2. $|-x| = |x|$
3. $|xy| = |x|\,|y|$
4. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}\ ;\ y \neq 0$
5. $|x|^2 = |x^2| = x^2$
6. $\sqrt{x^2} = |x|$

ECUACIÓN CON VALOR ABSOLUTO

Teoremas:

$$|x| = a \ \leftrightarrow\ \{a \geq 0 \ \wedge\ (x = a \ \vee\ x = -a)\}$$

$$|x| = |a| \leftrightarrow \{x = a \ \vee\ x = -a\}$$

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Teoremas:

$$|x| < a \ \leftrightarrow\ \{a > 0 \ \wedge\ (-a < x < a)\}$$

$$|x| > a \ \leftrightarrow\ \{x > a \ \vee\ x < -a\}$$

$$|x| \lesseqgtr |y| \ \leftrightarrow\ (x + y)(x - y) \lesseqgtr 0$$

$|a + b| \leq |a| + |b|$ (Desigualdad triangular)

EXPRESIONES IRRACIONALES

Son expresiones matemáticas donde al menos una de sus variables está afectada por algún radical.

UNIVERSO Ó CONJUNTO DE VALORES ADMISIBLES (C.V.A.)

$$\frac{M(x)}{N(x)} \in \mathbb{R} \ \rightarrow\ N(x) \neq 0 \qquad \sqrt[par]{N(x)} \in \mathbb{R} \ \rightarrow\ N(x) \geq 0$$

DESIGUALDADES

ECUACIONES IRRACIONALES

Son ecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Resolución

1) Elimine los radicales (use la potenciación y/o el cambio de variable).

2) Resuelva la ecuación resultante.

3) Los valores encontrados serán solución si verifican la ecuación inicial (verifique), y finalmente indique el conjunto solución.

Nota: Las ecuaciones irracionales se resuelven en $\mathbb{R}$.

INECUACIONES IRRACIONALES

Son inecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Resolución

1) Halle el universo (U) ó CVA.

2) Elimine los radicales (use potenciación y/o cambio de variable), resuelva la inecuación resultante generando el conjunto solución parcial S_p.

3) $C.S. = (CVA) \cap (S_p)$.

Nota En inecuaciones de la forma

$\sqrt[par]{h(x)} < q(x)$ garantizar $q(x) > 0$

$\sqrt[par]{h(x)} \leq q(x)$ garantizar $q(x) \geq 0$

DESIGUALDADES

Ejemplo:

Resolver:

$$2x^2 + x + 3 > 7x^2 - 3$$

Resolución

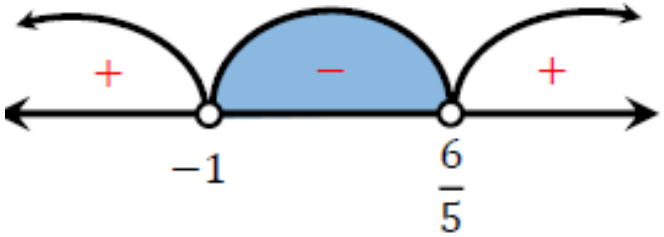
1) $-5x^2 + x + 6 > 0$

$\xrightarrow{\times(-1)}$ $5x^2 - x - 6 < 0$

$5x \quad -6$

$x \quad +1$

$(5x - 6)(x + 1) < 0$



2) $\Delta = 121$
(Caso más común)

Puntos críticos:

$\frac{6}{5}; -1$

$\therefore CS = \left\langle -1; \frac{6}{5} \right\rangle$

Resolver:

$$x^2 - 8x + 16 \geq 0$$

Resolución

2) $\Delta = 0$ El polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y por simple inspección se obtiene el conjunto solución.

$$(x - 4)^2 \geq 0$$

$$\therefore CS = \mathbb{R}$$

Tenga en cuenta lo siguiente:

- $(x - 4)^2 \geq 0 \longrightarrow CS = \mathbb{R}$
- $(x - 4)^2 > 0 \longrightarrow CS = \mathbb{R} - \{4\}$
- $(x - 4)^2 \leq 0 \longrightarrow CS = \{4\}$
- $(x - 4)^2 < 0 \longrightarrow CS = \emptyset$

DESIGUALDADES

OBS.: Si el conjunto solución de:

$$ax^2 + bx + c \gtrless 0 \qquad a \neq 0$$

es de la forma $\{\alpha\}$ o $\mathbb{R} - \{\alpha\}$ entonces

$\Delta = 0$ y α es raíz doble del polinomio.

Ejercicio

Si el conjunto solución de la inecuación

$$6x^2 - 3x + m \leq 0$$

es $\mathbb{R} - \{\alpha\}$, halle el valor de $m + \alpha$.

Resolución

Por la forma del conjunto solución se tiene que:

$\Delta = 0$ α es raíz doble

$(-3)^2 - 4(6)(m) = 0$

$$m = \frac{3}{8}$$

Por el teo. Cardano:

$$\alpha + \alpha = \frac{3}{6} \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\therefore m + \alpha = \frac{5}{8}$$

Si $x^2 - (m-3)x + m > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$, halle la variación de m.

Resolución

$$x^2 - (m-3)x + m > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$$

esto se cumple según el teorema del trinomio positivo si:

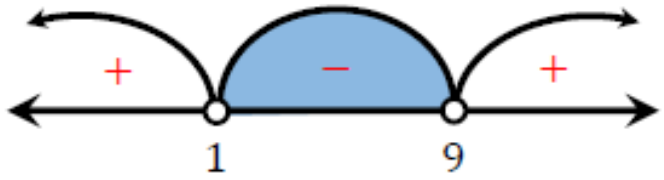
$$coef.\ princ. > 0 \quad \wedge \quad \Delta < 0$$

$$1 > 0 \quad \wedge \quad (-m+3)^2 - 4(1)(m) < 0$$

$$m^2 - 10m + 9 < 0$$

$$(m-1)(m-9) < 0$$

cuyos puntos críticos son: 1 y 9



$$\therefore \ m \in \langle 1; 9 \rangle$$

DESIGUALDADES

Ejemplo:

Si $x^2 - 3x + 1 \geq \lambda \quad \forall x \in \mathbb{R}$, halle la variación de λ.

Resolución

Se nos pide garantizar:

$$x^2 - 3x + 1 \geq \lambda \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\rightarrow \quad x^2 - 3x + 1 - \lambda \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

esto se cumple según el teorema del trinomio no negativo si:

$$coef.princ. > 0 \quad \wedge \quad \Delta \leq 0$$

$$1 > 0 \quad \wedge \quad (-3)^2 - 4(1)(1-\lambda) \leq 0$$

$$9 - 4 + 4\lambda \leq 0$$

$$4\lambda \leq -5$$

$$\lambda \leq -\frac{5}{4}$$

$$\therefore \quad \lambda \in \langle -\infty ; -\frac{5}{4}]$$

Ejercicio:

Resolver:

$$x^3 - 3x^2 \leq 4x - 12$$

Resolución

1) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \leq 0$

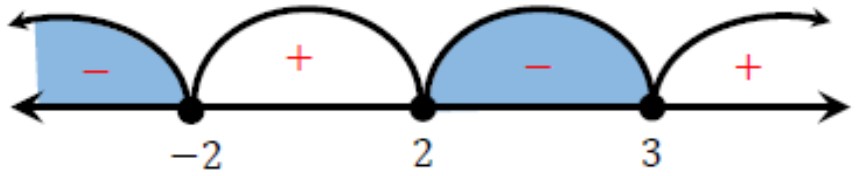
2) $x^2(x-3) - 4(x-3) \leq 0$

$$(x-3)(x^2-4) \leq 0$$

$$(x-3)(x+2)(x-2) \leq 0$$

3) No hay necesidad de teoremas.

4) Punto críticos: $3, -2, 2$



$$\therefore \quad CS = \langle -\infty; -2] \cup [2; 3\rangle$$

DESIGUALDADES

TEOREMAS:

1) Todo factor positivo se puede cancelar.

Ejemplo:

Resolver:

$$(x+3)(x-5)(x^2+x+2) \geq 0$$

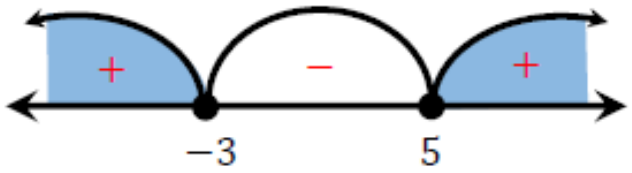
Resolución

$$(x+3)(x-5)\cancel{(x^2+x+2)} \geq 0$$

$$(+) \begin{cases} coef.princ. > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$(x+3)(x-5) \geq 0$$

sus puntos críticos son: -3 y 5



$$\therefore \ CS = \langle -\infty; -3] \cup [5; +\infty \rangle$$

2) "Exponentes impares" de los factores se puede cancelar.

3) Factores de "exponentes par" se cancela previo el siguiente análisis:

- En inecuaciones no estrictas $(\geq, \leq)$, rescata soluciones de los factores cancelados igualándolos esta a cero.
- En inecuaciones estrictas $(>, <)$ indique restricciones para la incógnita de los factores cancelados, indicando que estas deben ser diferente a cero.

Ejercicio:

Resolver:

$$(x+7)^5(x+4)^6(x-2)^7(x-3)^8 \leq 0$$

Resolución

$$(x+7)^{\cancel{5}}(x+4)^6(x-2)^{\cancel{7}}(x-3)^8 \leq 0$$

DESIGUALDADES

Teorema 2, cancelemos los exponentes impares de los factores

$$(x+7)(x+4)^6(x-2)(x-3)^8 \leq 0$$

Teorema 3, cancelemos los factores de exponente par pero previamente rescatamos la solución:

$$(x+7)(x-2) \leq 0 \quad \vee \quad x=-4 \quad \vee \quad x=3$$

$$\therefore \ CS = [-7;2] \cup \{3\}$$

Resolver:

$$(x+3)^{35}(x+1)^{68}(x-6)^{79}(x-9)^{842} > 0$$

Resolución

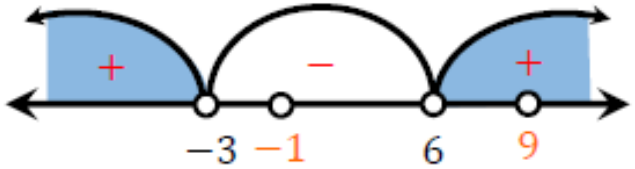
$$(x+3)^{35}(x+1)^{68}(x-6)^{79}(x-9)^{842} > 0$$

Teorema 2, cancelemos los exponentes impares de los factores

$$(x+3)(x+1)^{68}(x-6)(x-9)^{842} > 0$$

Teorema 3, cancelemos los factores de exponente par pero previamente indiquemos restricciones:

$$(x+3)(x-6)>0 \quad \wedge \quad x \neq -1 \quad \wedge \quad x \neq 9$$



$$\therefore \ CS = \langle -\infty;-3\rangle \cup \langle 6;+\infty\rangle - \{9\}$$

DESIGUALDADES

Ejercicio :

Resolver:

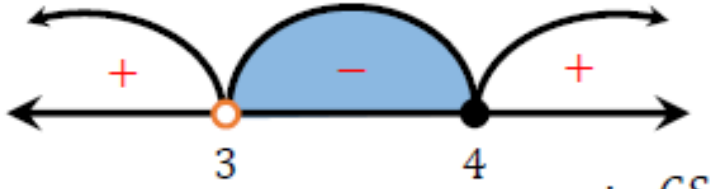
$$1 \leq \frac{1}{x-3}$$

Resolución

1) $1 - \frac{1}{x-3} \leq 0 \rightarrow \frac{x-4}{x-3} \leq 0$

2) $(x-4)(x-3) \leq 0 \quad \wedge \quad x \neq 3$

3)



$\therefore \ CS = \langle 3; 4]$

Resolver

$$|x+2| = 2x-3$$

Resolución

Tenemos: $|x+2| = 2x-3$

$\rightarrow \ 2x-3 \geq 0 \ \wedge \ x+2 = 2x-3 \ \vee \ x+2 = -2x+3$

$\rightarrow \ x \geq \frac{3}{2} \ \wedge \ x = 5 \ \vee \ x = \frac{1}{3}$ No cumple

$\therefore \ CS = \{5\}$

Ejercicio

Resolver

$$|x^2 - 6x - 4| = |x+4|$$

Resolución

Tenemos: $|x^2 - 6x - 4| = |x+4|$

$\rightarrow \ x^2 - 6x - 4 = x + 4 \ \vee \ x^2 - 6x - 4 = -x - 4$

$\rightarrow \ x^2 - 7x - 8 = 0 \ \vee \ x^2 - 5x = 0$

$\rightarrow \ (x+1)(x-8) = 0 \ \vee \ (x)(x-5) = 0$

$\rightarrow \ x = -1 \ \vee \ x = 8 \ \vee \ x = 0 \ \vee \ x = 5$

$\therefore \ CS = \{-1; 8; 0; 5\}$

DESIGUALDADES

Ejercicios

Resolver:

$$|2x-5| \geq 7-x$$

Resolución Aplicando el teorema::

$$\rightarrow \quad 2x-5 \geq 7-x \quad \vee \quad 2x-5 \leq -7+x$$

$$\rightarrow \quad 3x \geq 12 \quad \vee \quad x \leq -2$$

$$\rightarrow \quad x \geq 4$$

$$\therefore \text{CS} = \langle -\infty; -2] \cup [4; +\infty\rangle$$

Resolver

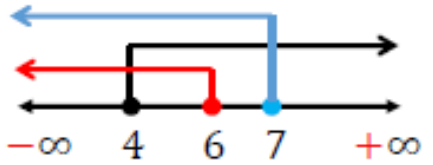
$$|2x-11| \leq 7-x$$

Resolución Aplicando el teorema::

$$\rightarrow \quad 7-x \geq 0 \quad \wedge \quad -7+x \leq 2x-11 \leq 7-x$$

$$\rightarrow \quad 7 \geq x \quad \wedge \quad -7+x \leq 2x-11 \quad \wedge \quad 2x-11 \leq 7-x$$

$$\rightarrow \quad 7 \geq x \qquad 4 \leq x \qquad x \leq 6$$



$$\therefore \text{CS} = [4; 6]$$

Ejercicios

Resolver:

$$|2x-5| < |x-4|$$

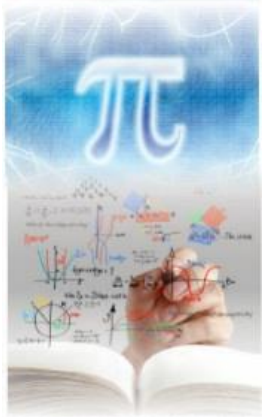
Resolución Aplicando el teorema::

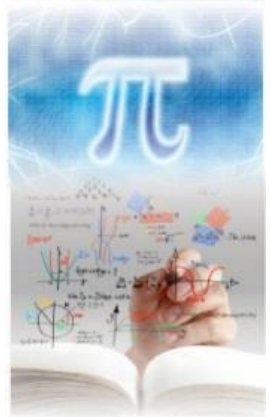
$$\rightarrow \quad \big((2x-5)+(x-4)\big)\big((2x-5)-(x-4)\big) < 0$$

$$\rightarrow \quad (3x-9)(x-1) < 0$$

$$\therefore \text{CS} = \langle 1; 3\rangle$$

MOMENTO DE PRACTICAR





PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

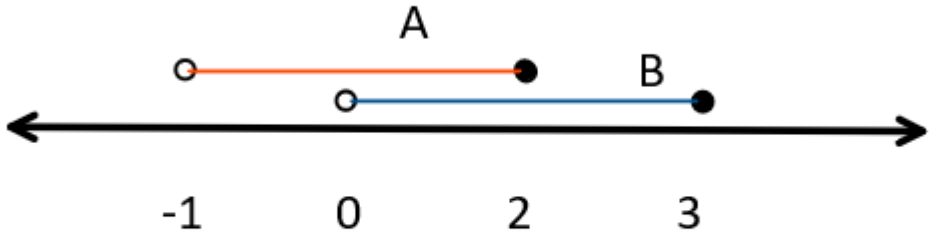
DESIGUALDADES

1. Sean los intervalos
$A=\langle -1; 2]$
$B=\langle 0; 3]$
$C=\langle -5; 3\rangle$
Determine el número de elementos enteros en $C-(A-B)$.

A) 6 B) 7 C) 5
D) 4 E) 8

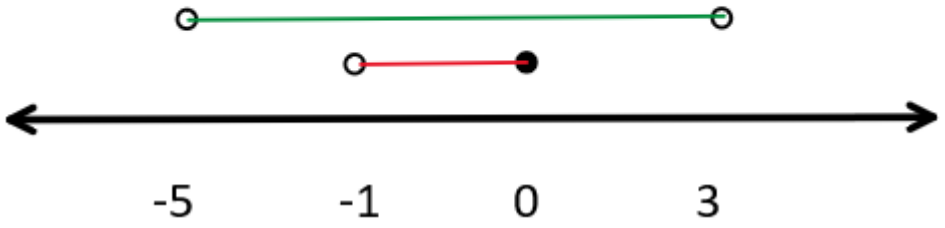
SOLUCION

Cálculo de A - B



Luego: A - B = <-1 ; 0]

Cálculo de C - (A - B)



Entonces:

C - (A - B) = <-5;-1] U < 0;3 >

Los elementos enteros son: -4 ; -3; -2; -1; 1; 2

DESIGUALDADES

2. Si $A; B$ son conjuntos definidos por

$A = \{x \in \mathbb{R} / x < 1 \leftrightarrow x > 0\}$ y

$B = \left\{x \in \mathbb{Z} / \frac{x^2}{16} \in A\right\}$

entonces el número de elementos de B es

A) 3 B) 4 C) 6
D) 10 E) 15

SOLUCION

De A:

$x < 1 \longleftrightarrow x > 0 = (x<1 \wedge x>0) \vee (x>1 \wedge x<0) = \langle 0;1 \rangle$

$A = \langle 0;1 \rangle$

En B: $0 < \frac{x^2}{16} < 1$

$0 < x^2 < 16$

$-4 < x < 4$

Luego: $B = \langle -4;4 \rangle - \{0\}$

El numero de elementos enteros de B es 6

DESIGUALDADES

3. Si $a < b < 0$, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. $\frac{b^2}{a} < b$

II. $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a} > 0$

III. Si $a \neq -b \rightarrow a(a+b) > (a+b)\cdot b$

IV. $a^{-1} > \frac{b+1}{a}$

A) VVVF B) VFVV C) FVVV
D) VVFF E) FVVF

SOLUCION

I) b-a>0 ∧ b<0 →b(b-a) < 0

$b^2 <$ ab$\rightarrow \frac{b^2}{a} > b$

II) Como a<b<0→ $0 < \frac{b}{a} < 1 \ldots..(1)$

a-b<0→ $\frac{1}{a-b} < 0$ luego por b

$\rightarrow \frac{b}{a-b} > 0$, *sumando* 1

$1+\frac{b}{a-b} > 1 \rightarrow \frac{a}{a-b} > 1 \ldots..(2)$

De (1) y (2): $0 < \frac{b}{a} < 1 < \frac{a}{a-b}$

Luego: $\frac{a}{a-b} > \frac{b}{a}$

Finalmente: $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a} > 0$

III) como a<b→ $a \neq b$

además: a+b<0

multiplicando en a<b por (a+b)

$\rightarrow (a+b)b > (a+b)b$

IV) del dato: $\frac{b}{a} > 0$

sumamos $\frac{1}{a}$ *en ambos miembros*

$\frac{b}{a} + \frac{1}{a} > \frac{1}{a}$

Finalmente: $\frac{b+1}{a} > a^{-1}$

Finalmente: FVVF

DESIGUALDADES

4. Si $a \in \langle 0; b \rangle$, halle el intervalo al cual pertenece la expresión

$$\frac{a^2}{a^2b^2 - b^4}$$

A) $\langle -2; 0 \rangle$
B) $\langle 0; +\infty \rangle$
C) $\langle -\infty; 0 \rangle$
D) $\langle -3; +\infty \rangle$
E) $\langle -\infty; -1 \rangle$

SOLUCION

$0<a<b \rightarrow 0 < a^2 < b^2$

Por $b^2 \rightarrow 0 < a^2b^2 < b^4$

$$\rightarrow -b^4 < a^2b^2 - b^4 < 0 \rightarrow \frac{1}{a^2b^2 - b^4} < 0$$

Por $a^2 \rightarrow \frac{a^2}{a^2b^2 - b^4} < 0$

Finalmente:

$$\frac{a^2}{a^2b^2 - b^4} \in < -\infty; 0 >$$

DESIGUALDADES

5. Determine la variación de la expresión

$$E = \frac{2x}{x^2+x+1};\ x>0$$

A) $\langle 0; 1]$ B) $\left\langle 0; \frac{2}{3}\right]$ C) $\left\langle 1; \frac{3}{2}\right]$

D) $\left\langle 0; \frac{1}{2}\right]$ E) $\langle 1; 2]$

SOLUCION

Dato: como $x>0 \rightarrow x+\frac{1}{x} \geq 2$

Sumar 1 : $x+\frac{1}{x}+1 \geq 3$

Invertir: $0 < \frac{1}{x+\frac{1}{x}+1} \leq \frac{1}{3}$

Por 2 : $0 < \frac{2}{x+\frac{1}{x}+1} \leq \frac{2}{3}$

$$0 < \frac{2x}{x^2+x+1} \leq \frac{2}{3}$$

Finalmente: $E \in < 0; \frac{2}{3}]$

DESIGUALDADES

6. Sean $a; b; c$ números reales positivos. Determine el máximo valor de K si $\frac{(a+b)(b+c)(a+c)}{abc} \geq K$

A) 6 B) 9 C) 8
D) 4 E) 12

SOLUCION

Como a y b son positivos:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} > 0$$

$$\frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc} > 0$$

$$\frac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac} > 0$$

Multiplicando:

$$\frac{(a+b)(b+c)(a+c)}{8} \geq \sqrt{a^2b^2c^2}$$

Luego:

$$\frac{(a+b)(b+c)(a+c)}{8} \geq abc$$

Finalmente: $\frac{(a+b)(b+c)(a+c)}{abc} \geq 8$

Luego: $k \leq 8$

finalmente: $k_{max} = 8$

DESIGUALDADES

7. Determine el intervalo del parámetro α, de modo que la desigualdad $\alpha x^2 - 2x + \alpha \leq 1$ se cumpla para todo $x \in \mathbb{R}$

A) $\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$

B) $\langle -\infty; 0\rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right]$

D) $\left\langle \frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right\rangle$

E) $\mathbb{R} - \left\langle \frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\rangle$

SOLUCION

Por el teorema:

$$\propto x^2 - 2x + \propto -1 \leq 0 \quad \forall x \in R$$

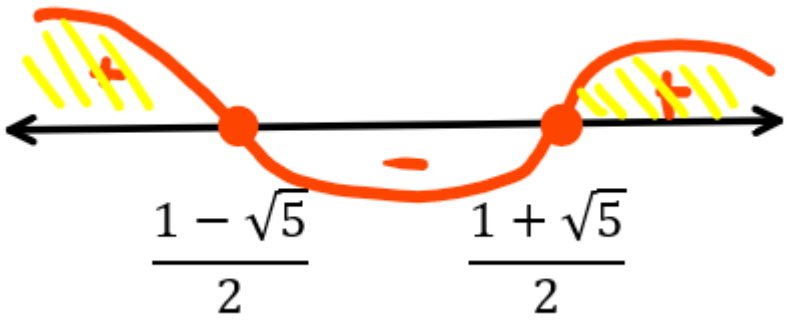
Para aplicar el teorema, por -1:

$$-\propto x^2 + 2x + 1 - \propto \geq 0 \; ; \; \forall x \in R$$

Se cumple: $-\propto > 0 \; \wedge \; 2^2 - 4(-\propto)(1-\propto) \leq 0$

$$\rightarrow \propto < 0 \; \wedge 4 + 4 \propto -4 \propto^2 \leq$$

$$\propto < 0 \; \wedge \propto^2 - \propto -1 \geq 0$$



Finalmente: $\propto \in < -\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}]$

PITAGORAS ACADEMIA

DESIGUALDADES

8. Se sabe que el conjunto solución de

$$\frac{bc(ax-1)}{b+c}+\frac{ab(cx-1)}{a+b}+\frac{ac(bx-1)}{a+c}>a+b+c$$

es $\langle m, +\infty\rangle$. Halle $m-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ si $\{a,b,c\}\subset\mathbb{R}^+$

A) $1/a$ B) $1/b$ C) $1/c$

D) $1/d$ E) a

SOLUCION

$$\frac{abcx-bc}{b+c}+\frac{abcx-ab}{a+b}+\frac{abcx-ac}{a+c}>a+b+c$$

$$\underbrace{\frac{abcx-bc}{b+c}}-a+\underbrace{\frac{abcx-ab}{a+b}}-c+\underbrace{\frac{abcx-ac}{a+c}}-b>0$$

$$\frac{abcx-bc-ab-ac}{b+c}+\frac{abcx-ab-ac-bc}{a+b}+\frac{abcx-ac-ab-bc}{a+c}>0$$

$$(abcx-ab-bc-ac)\underbrace{\left\{\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\right\}}_{(+)}>0$$

$$\rightarrow abcx-ab-bc-ac>0 \xrightarrow{(+)} \underbrace{abcx}_{(+)}>ab+bc+ac$$

$$\rightarrow x>\frac{ab+bc+ac}{abc} \rightsquigarrow x>\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$

Luego: $CS: x\in\left\langle \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}; +\infty\right\rangle=\langle m; +\infty\rangle$

Donde: $m=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

$\therefore m-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$

DESIGUALDADES

9. Dado el conjunto

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}/\operatorname{sen}t(x-1)<t(x-1);0<t<\frac{\pi}{2}\right\}$$

calcule la suma de los cinco menores elementos enteros de S.

A) 10 B) 18 C) 20
D) 23 E) 29

SOLUCION

Se debe resolver: $\operatorname{sen}t(x-1)<t(x-1)$

$$(\operatorname{sen}t-t)(x-1)<0 \quad \text{---} \alpha$$

como: $0<t<\frac{\pi}{2} \rightarrow 0<\operatorname{sen}t<1$

$$\operatorname{sen}t-t<0$$

en α $(\operatorname{sen}t-t)(x-1)<0$

$(-)$ $\quad x-1>0$

$x>1$

luego

$S=\langle 1;+\infty)$

Enteros de S son: $2;3;4;5;6$

$\therefore \Sigma$ enteros de $S=20$

DESIGUALDADES

10. Dados los conjuntos

$A^C = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 5 \vee x > 8\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} / (x^2+3x+7)(x^2-9) \geq 0\}$

Halle $A \cap B$.

A) $[5; 8\rangle$

B) $[-3; 3]$

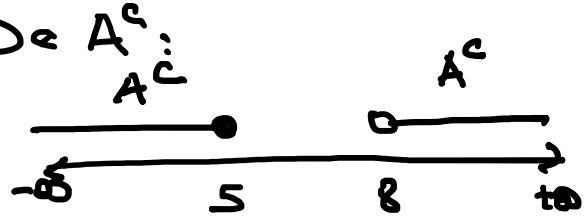
C) $[-3; 5\rangle \cup \langle 8; +\infty\rangle$

D) $[8; +\infty\rangle$

E) $\langle 5; 8]$

SOLUCION

De A^C:



Luego: $A = \langle 5; 8]$

De B:

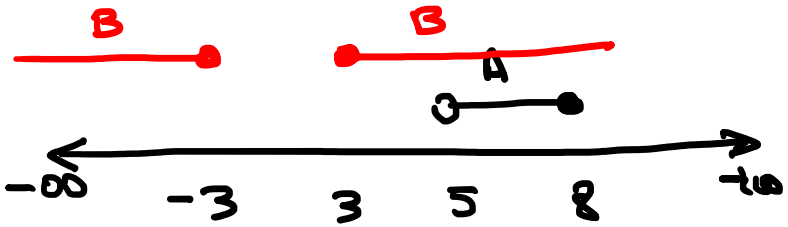
$(x^2+3x+7)(x+3)(x-3) \geq 0$ (+)

$\Delta < 0$

$\rightarrow (x+3)(x-3) \geq 0$

$B = \langle -\infty; -3] \cup [3; +\infty\rangle$

Se pide $A \cap B$



Se pide

$A \cap B = \langle 5; 8]$

PITAGORAS ACADEMIA

DESIGUALDADES

11. Respecto al conjunto A dado por

$A=\{x\in\mathbb{R}/5x-1<(x+1)^2\leq 7x+15\}$,

indique la secuencia correcta de verdadero (V) ó falso (F).

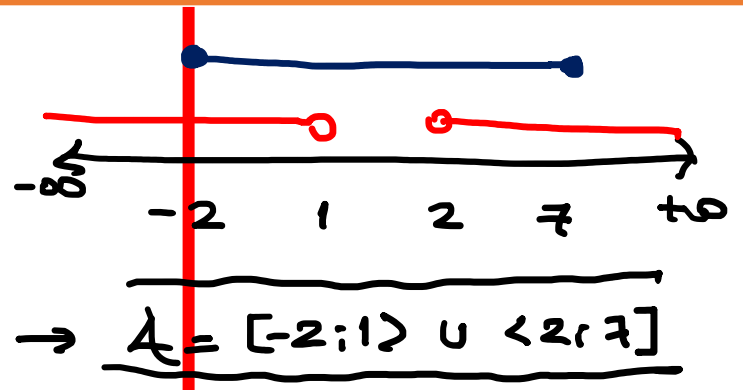
I. $\exists x\in A/1-x>0$

II. $A\cap\{1,2,6\}=\phi$

III. Los elementos de A suman 20.

A) VFV B) FVF C) VFF

D) FFV E) FFF



$\rightarrow A=[-2;1\rangle\cup\langle 2;7]$

I) $x=-2\rightarrow 1-(-2)>0$ (V)

II) $A\cap\{1;2;6\}=\{6\}$ (F)

III) Como $x\in\mathbb{R}\rightarrow$ Zebra$(A)=\mathbb{R}$ (F)

$\therefore$ VFF

SOLUCION Cálculo de A:

$(x+1)^2>5x-1\ \wedge\ (x+1)^2\leq 7x+15$

$x^2-3x+2>0\ \wedge\ x^2-5x-14\leq 0$

$(x-2)(x-1)>0\ \wedge\ (x-7)(x+2)\leq 0$

$(x<1\ \vee\ x>2)\ \wedge\ (-2\leq x\leq 7)$

DESIGUALDADES

12. Sabiendo que $P_{(x)} \leq 0;\ \forall x \in \langle -8; 5] \cup [7; +\infty\rangle$

$P_{(x)} = -x^2 + (2a+1)x + b + 2$ /

$a \vee b \in \mathbb{R}$; calcule $2a - b$.

A) 0 B) 54 C) 48

D) 42 E) 36

SOLUCION

DESIGUALDADES

13. Resuelva la siguiente inecuación en x.

$x^2+m^2+n^2+p^2 > x(m+n+p)$; $\{m, n, p\} \subset \mathbb{R}^+$

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}^+$
C) $\mathbb{R}^-$
D) ϕ
E) $\left[m^2+n^2+p^2; +\infty\right\rangle$

SOLUCION

DESIGUALDADES

14. Se tiene el conjunto

$$T=\left\{t\in\mathbb{R}\,/\,\forall x\in\mathbb{R}: x^2-\left(2\sqrt{2-\operatorname{sen}2t}\right)x+1\geq 0\right\}$$

Si $T\subset\langle 0, 2\pi]$; calcule el cardinal del conjunto T.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 5

SOLUCION

DESIGUALDADES

15. Dado el sistema de desigualdades

$$\begin{cases} y - x^2 + 6x - 12 \geq 0 \\ 2y - x \leq 4 \end{cases}$$

Determine el máximo valor de $x+y$.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 10 E) 9

SOLUCION

DESIGUALDADES

16. Determine el número de soluciones de

$$\left|x-\frac{1}{x}\right|+\left|x+\frac{1}{x}\right|=1$$

A) 4 B) 2 C) 1
D) 0 E) 3

SOLUCION

DESIGUALDADES

17. Si al resolver la inecuación

$$\left|x^2-x-1\right|-\left|2x-4\right|\leq x^2-3x+3$$

se obtiene como conjunto solución S, entonces indique lo correcto.

A) $S\subset\langle-\infty;-2]$

B) $\langle-1;1\rangle\subset S$

C) $S\subset\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$

D) $S=\left\langle\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\rangle$

E) $S=\langle-1;1\rangle$

SOLUCION

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS